

ORGANISATION DE LA FABRICATION : METHODE PERT

Nom :
Classe:
Date:

1) Généralités:

La réalisation d'un projet nécessite souvent une succession de tâches auxquelles s'attachent certaines contraintes :

- **de temps** = délais à respecter pour l'exécution des tâches ;
- **d'antériorité** = certaines tâches doivent être exécutées avant d'autres ;
- **de simultanéité** = certaines tâches peuvent être réalisées en même temps ;
- **de production** = temps d'occupation du matériel ou des hommes qui l'utilisent.

Pour présenter ces problèmes d'ordonnancement, on peut utiliser la méthode PERT (Program Evaluation Research Task) qui consiste à mettre en ordre sous la forme d'un graphe, plusieurs tâches qui grâce à leur dépendance et à leur chronologie concourent toutes à la réalisation d'un projet.

Cet outil a été créé en 1957 pour l'US Navy (développement du programme des fusées Polaris) et permet de calculer le meilleur **temps** de réalisation d'un projet et d'établir le planning correspondant.

Exemple simple : pour mettre en marche une voiture, il faut :

Ouvrir la portière (tâche A, durée : 20 secondes)

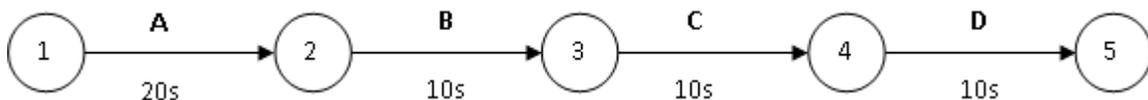
S'installer sur le siège (tâche B, durée : 10 secondes)

Refermer la portière (tâche C, durée : 10 secondes)

Introduire la clef de contact (tâche D, durée : 10 secondes)

...

Traduit en PERT, nous obtenons la séquence suivante :



2) Mode opératoire:

Pour élaborer et exploiter un réseau PERT, on peut distinguer 6 grandes étapes :

a) Etablir la liste des tâches :

Cette étape consiste à :

- donner la liste exhaustive des **tâches** à exécuter.
- évaluer la **durée** des tâches et déterminer les ressources nécessaires pour les accomplir.
- **codifier** les tâches pour faciliter la construction du réseau (A, B, C, D,...)

LA METHODE PERT

Exemple : vous devez déterminer la durée maximale des travaux nécessaires à la construction d'un entrepôt.

Tableau n°1

Les tâches	La durée des tâches évaluée en jours
A. Etude, réalisation et acceptation des plans	4
B. Préparation du terrain	2
C. Commande matériaux (bois, briques, ciment, tôle pour le toit)	1
D. Creusage des fondations	1
E. Commandes portes, fenêtres	2
F. Livraison des matériaux	2
G. Coulage des fondations	2
H. Livraison portes, fenêtres	10
I. Construction des murs, du toit	4
J. Mise en place portes et fenêtres	1

b) Déterminer les conditions d'antériorité :

En répondant aux questions suivantes :

Quelle(s) tâche(s) doit être terminée immédiatement avant qu'une autre ne commence ?

Quelle tâche doit suivre une tâche déterminée ?

On obtient le tableau suivant :

Tâches antérieures obligatoirement terminées	Tâches	Tâches suivantes
-	A	C , E
-	B	D
A	C	F
A, B	D	G
A	E	H
C	F	G
D, F	G	I
E	H	J
G	I	J
H, I	J	-

LA METHODE PERT

c) Tracer le réseau Pert :

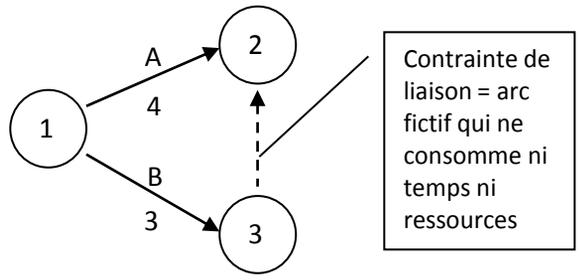
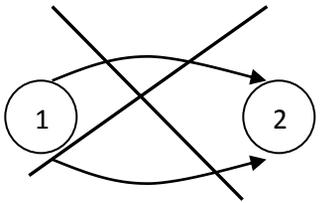
Un réseau est constitué par des étapes et des tâches (A, B, C, D).

Le code de présentation est le suivant :

- on symbolise une étape par un cercle (le commencement ou la fin d'une tâche).
- Un arc fléché pour signifier la tâche (au-dessus de la flèche vous inscrivez le code de la tâche et en dessous sa durée).

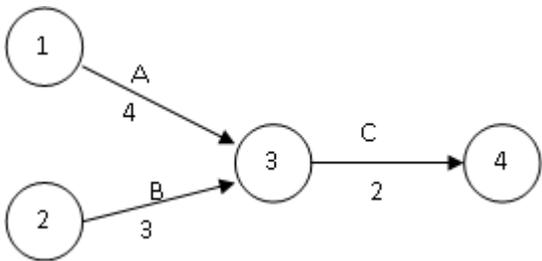
Pour représenter un réseau PERT, il existe des règles :

- * chaque tâche est représentée par un arc et un seul (une étape ne peut être représentée qu'une fois)
- * deux tâches ne peuvent être identifiées par deux arcs ayant la même origine et la même extrémité. Ainsi si deux tâches sont **simultanées**, elles seront représentées par deux arcs (ou flèche droite) différents en partant de la même origine :



Les tâches peuvent être :

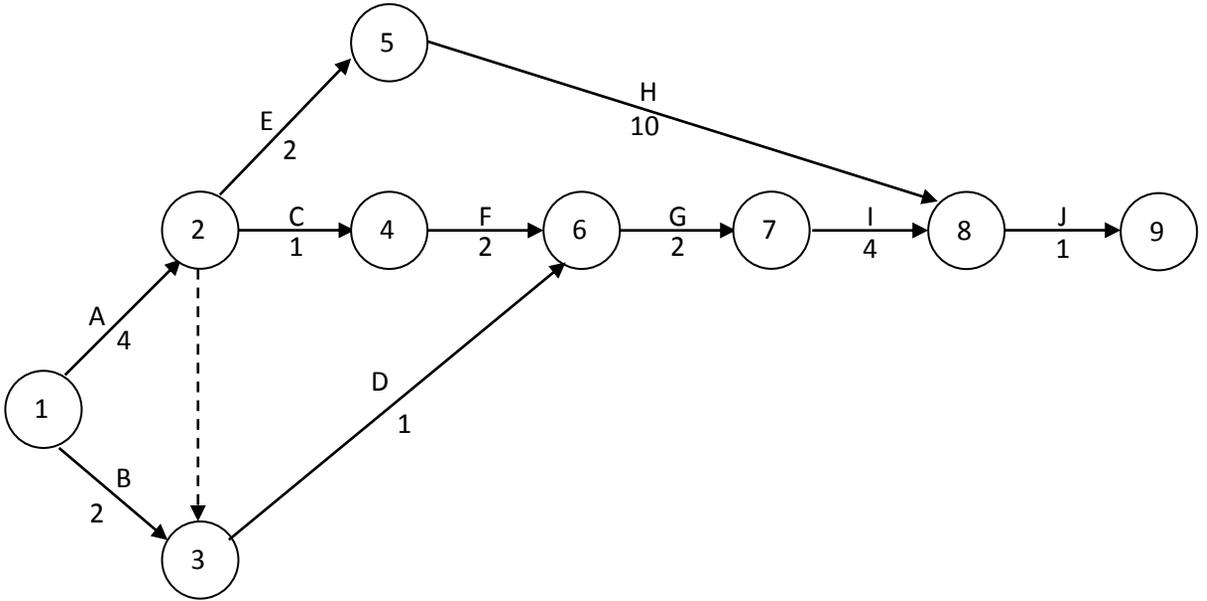
- successives** = elles se déroulent les unes après les autres, séparées par des étapes.
- simultanées** = elles se déroulent en même temps.
- convergentes** = elles aboutissent à une même étape.



Remarque : pour déterminer la (ou les) 1^{ère} tâche(s) = la (ou les seules) qui ne figure(nt) pas dans la colonne de gauche du tableau des antécédents.

LA METHODE PERT

⇒ tracer le réseau PERT de l'exemple



d) Calculer les dates des tâches et déterminer le chemin critique :

Ayant estimé les durées de toutes les tâches constitutives du réseau, nous pouvons calculer les dates de **début**... et de **fin**... de chacune d'elles. Il faut procéder en 2 temps :

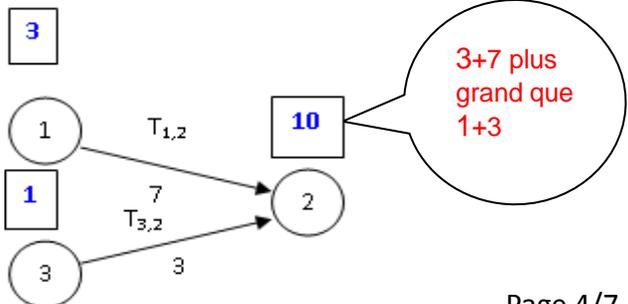
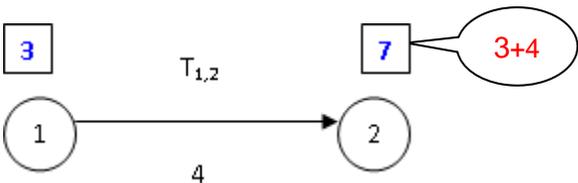
* **Calcul "aller" = dates au plus tôt** : nous allons chercher à quelles dates, au plus tôt, peuvent être exécutées les différentes tâches du projet. La technique est la suivante : On initialise à 0 (étape 1 = 0) représentée par un rectangle au-dessus de l'étape.

- Soit il y a plusieurs chemins pour aboutir à l'étape 2 alors **date au plus tôt 2 = max((date au plus tôt 1 + durée $T_{1,2}$); (date au plus tôt 3 + durée $T_{2,3}$))**

- Pour les autres étapes

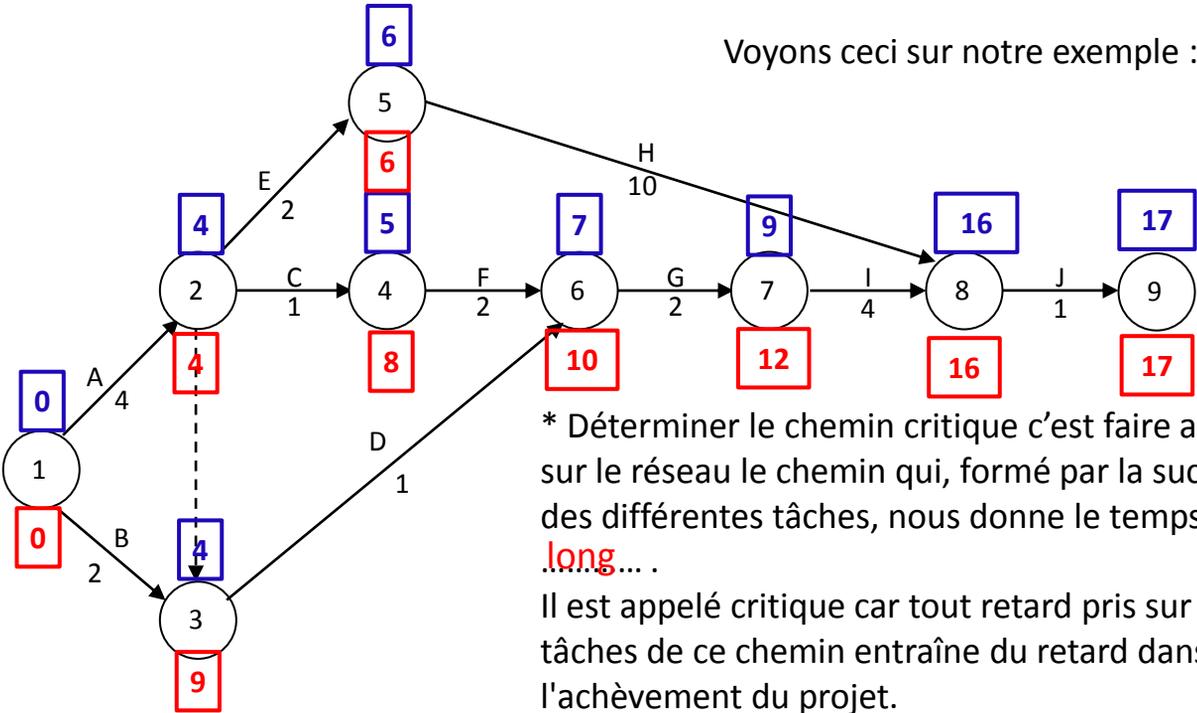
Soit il n'y a qu'une seule tâche (un seul chemin) entre 2 étapes alors date au plus tôt 2 = date au plus tôt 1 + durée tâche $T_{1,2}$

Soit il y a plusieurs chemins pour aboutir à l'étape 2 alors date au plus tôt 2 = max((date au plus tôt 1 + durée $T_{1,2}$); (date au plus tôt 3 + durée $T_{3,2}$)) **on garde le + grand**



LA METHODE PERT

Voyons ceci sur notre exemple :



* Déterminer le chemin critique c'est faire apparaître sur le réseau le chemin qui, formé par la succession des différentes tâches, nous donne le temps le plus **long**...

Il est appelé critique car tout retard pris sur l'une des tâches de ce chemin entraîne du retard dans l'achèvement du projet.

On part du point terminal et on repère toutes les étapes qui satisfont l'égalité suivante :

chemin critique : $(date\ au + t\hat{o}t\ j) - (date\ au + t\hat{o}t\ i) - (dur\acute{e}e\ i,j) = 0$.

Tâches	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Chemin critique	4-0- 4=0	4-0- 2=2	5-4- 1=0	7-4- 1=2	6-4- 2=0	7-5- 2=0	9-7- 2=0	16-6- 10=0	16-9-4 = 3	17-16- 1=0

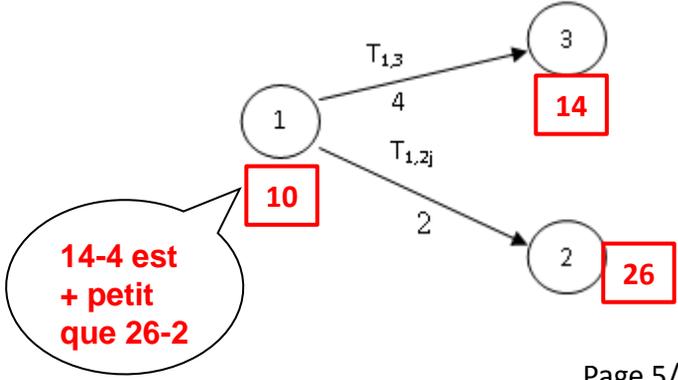
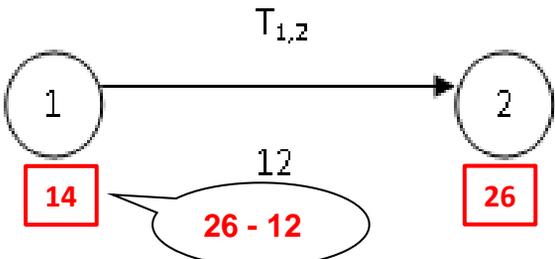
* **Calcul retour = dates au plus tard** : nous allons déterminer à quelles dates au plus tard doivent être exécutées les tâches sans remettre en cause la durée optimale de fin de projet. La technique est la suivante :

On initialise à l'étape terminale avec date au + t\hat{o}t de cette étape représentée par un cercle rouge.

Pour les autres étapes

Soit 1 seul arc sort du sommet 1 alors date au + tard 2 = date au plus tard 2 - durée $T_{1,2}$

Soit il y a plusieurs arcs qui sortent de l'étape i alors $date\ au\ plus\ tard\ i = \min((date\ au + tard\ 2 - durée\ T_{1,2}); (date\ au + tard\ 3 - durée\ T_{1,3}))$ **on garde le + petit**



LA METHODE PERT

e) Calculer les marges totales de chaque tâche :

Plage de temps maximum dans laquelle peut se déplacer la tâche sans modifier la date de terminaison du projet .

Marge : (fin de date au + tard 2) – (début de date au + tôt 1) – (durée tâche $T_{1,2}$)

Tâches	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Marges totales	4-0-4=0	9-0- 2=7	8-4- 1=3	10-4- 1=5	6-4-2=0	10-5- 2=3	12-7- 2=3	16-6- 10=0	16-9- 1=3	17-16- 1=0

f) Construire le planning du projet :

L'entrepôt doit être construit pour le 23 février 2011, complétez le planning en tenant compte de votre réseau PERT (les personnes chargées de ce projet travaille 5 jours par semaine) :

Tâches à réaliser	Semaine 1					Semaine 2					Semaine 3					Semaine 4				
	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	17	18	19	20	21	24	25	26	27	28
A - Etude, réalisation et acceptation des plans																				
B - Préparation du terrain																				
C - Commande matériaux																				
D - Creusage des fondations																				
E - Commandes portes, fenêtres																				
F - Livraison des matériaux																				
G - Coulage des fondations																				
H - Livraison portes, fenêtres																				
I - Construction des murs, du toit																				
J - Mise en place portes et fenêtres																				

Légende:

Durée tâche fixe

Plage disponible

Fin au plus tôt

LA METHODE PERT

Légende d'un réseau Pert

